

KVANTIFIKÁCIA EFEKTIVITY ČINNOSTÍ DOPRAVNÝCH PODNIKOV POMOCOU DATA ENVELOPMENT ANALYSIS

Tomáš Klieštik

Úvod

Problematika merania efektov je stredobodom záujmu ekonomickej teórie a hospodárskej praxe celé desaťročia. Napriek tomu doteraz nedisponujeme uspokojivou teóriou merania a agregácie efektov. Príspevok sa zaoberá problematikou kvantifikácie efektivity práce produkčných jednotiek, konkrétne dopravných podnikov. V súčasnosti existuje široká škála metód a postupov pomocou ktorých môžeme merať efektívnosť činnosti produkčných jednotiek. Každá z týchto metód má svoje pozitíva ale aj negatíva. Lidrom medzi metódami sú jednoznačne metódy, ktoré poznáme pod jednotným názvom „analýza obalu dát“. Ide o metódy, ktoré predstavujú osobitnú oblasť aplikácie lineárneho programovania. Pomocou DEA metód eliminujeme subjektivitu, pri meraní efektov vždy prítomnú.

Kvantifikácia efektívnosti podnikov a identifikácia príčin resp. zdrojov ich neefektívnosti je dôležitým predpokladom, ktorý determinuje ich postavenie v konkurenčnom prostredí. V praxi sa najčastejšie na analýzu efektívnosti využívajú rôzne pomerové ukazovatele (napr. ukazovatele likvidity, aktivity, rentability, zadlženosti a iné.), ktoré vychádzajú so štandardných výkazov účtovnej závierky. Výpočet pomerových ukazovateľov je jednoduchý, avšak pomocou týchto ukazovateľov môžeme zachytiť iba niekoľko faktorov, ktoré majú vplyv na celkovú efektívnosť „práce“ diagnostikovaného podniku.

V poslednom čase sa začali na meranie relatívnej efektívnosti produkčných jednotiek používať nové postupy. Súbor týchto postupov, metód a algoritmov sa vo všeobecnosti nazýva analýza obalu dát (Data Envelopment Analysis DEA). Ide o metódy, ktoré predstavujú osobitnú oblasť aplikácie lineárneho programovania. DEA je metóda lineárneho programovania, ktorá bola pôvodne

vyvinutá na posudzovanie efektívnosti riadenia a plánovania neziskových inštitúcií (napr. škôl, nemocníc atď.). Neskôr sa jej použitie rozšírilo aj na iné oblasti, pomocou DEA modelov môžeme porovnávať podniky medzi sebou na základe efektívnosti ich práce, porovnávať môžeme však aj efektívnosť práce organizačných jednotiek v rámci jedného podniku (napr. efektívnosť práce pobočiek a expozítúr jednotlivých bánk).

Tieto metódy sú založené na riešení sústavy úloh lineárneho programovania, ktoré určujú pomernú efektívnosť množiny podnikov (*Decision Making Units - DMUs*). Základné myšlienky pochádzajú od M. J. Farela [4] ktoré neskôr preformulovali A. Charnes, W. W. Cooper, E. Rhodes [5] (model DEA CCR) resp. R. D. Banker, A. Charnes, W. W. Cooper [1] (model DEA BCC).

Cieľom týchto metód je eliminovať resp. vylúčiť subjektivitu pomocou merania výstupov vo vzťahu k vloženým vstupom. Proces výberu vstupov a výstupov určených pre porovnávanie mení proces analýzy na objektívny a obmedzuje subjektivitu. Pomocou lineárneho matematického modelu sa vstupom a výstupom jednotlivých produkčných jednotiek priradujú váhy, ktoré vyjadrujú efektívnosť príslušnej jednotky. Modely oceňujúce príslušné jednotky, majú rovnaký tvar, ale pri rozdielnej efektívnosti budú mať odlišné hodnoty váh. Podľa týchto váh sa budú podniky porovnávať a zoradovať. Vzhľadom na to, že váhy sú pomerové čísla, nezáleží na tom, v akých jednotkách sú vyjadrené.

1. Základné DEA modely

Predpokladáme, že máme súbor homogénnych jednotiek (pobočiek bánk) U_1, U_2, \dots, U_n . Pri meraní efektívnosti týchto podnikov uvažujeme o r výstupoch a m vstupoch. definujeme maticu vstupov X a maticu výstupov Y .

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & L & L & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & L & L & x_{2n} \\ M & M & L & L & M \\ M & M & L & L & M \\ x_{m1} & x_{m2} & L & L & x_{mn} \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & L & L & y_{1r} \\ y_{21} & y_{22} & L & L & y_{2r} \\ M & M & L & L & M \\ M & M & L & L & M \\ y_{r1} & y_{r2} & L & L & y_{rn} \end{bmatrix} \quad (1)$$

Potom mieru efektívnosti jednotky U_q môžeme všeobecne vyjadriť ako:

$$U_q = \frac{\text{vážený súčet výstupov}}{\text{vážený súčet vstupov}} = \frac{u_1 y_{1q} + u_2 y_{2q} + \dots + u_r y_{rq}}{v_1 x_{1q} + v_2 x_{2q} + \dots + v_m x_{mq}} = \frac{\sum_{i=1}^r u_i y_{iq}}{\sum_{j=1}^m v_j x_{jq}} \quad (2)$$

DEA modely maximalizujú mieru efektívnosti hodnotenej jednotky U_q , ktorá je vyjadrená ako podiel vážených výstupov a vážených vstupov (2), pri dodržaní podmienok, že miery efektívnosti všetkých ostatných jednotiek sú menšie alebo rovné jednej.

Medzi základné modely patria CCR DEA modely niekedy označované aj ako CRS modely (*constant returns to scale* - konštantné výnosy z rozsahu) a BCC DEA modely. Rozdiel týchto modelov spočíva v tom, že model CCR DEA predpokladá konštantné výnosy z rozsahu a model BCC DEA, ktorý je v podstate jeho modifikáciou, uvažuje z variabilnými výnosmi. BCC DEA model je možné definovať v troch alternatívach:

1. VRS - variable returns to scale (variabilné výnosy z rozsahu).
2. NIRS - non-decreasing returns to scale (nerastúce výnosy z rozsahu).
3. NDRS - non-increasing returns to scale (neklesajúce výnosy z rozsahu).

Všetky modely môžeme výpočtovo orientovať buď na vstupy (*input oriented*) alebo na výstupy (*output oriented*). Pri modeloch orientovaných na vstupy zisťujeme efektívnosť podnikov na základe vstupných premenných (celkové aktíva, počet obslužených klientov v banke, prevádzkové náklady, počet pracovníkov atď.). Tie podniky, ktorých optimálna hodnota účelovej funkcie je rovná jednej pracujú v rámci pozorovanej skupiny podnikov efektívne a tie podniky, ktorých optimálna hodnota účelovej funkcie je menšia ako jedna pracujú neefektívne. Táto hodnota potom poukazuje na potrebu proporcionálneho zníženia (teda zlepšenia) vstupov tak, aby sa daný neefektívne pracujúci podnik (pobočka banky) stal efektívnym

t. j. DEA modelmi vieme určiť nielen mieru efektívnosti dopravných podnikov, ale predovšetkým

ziskame informáciu o tom, ako by mali podniky „zlepšiť“ svoju činnosť aby sa stali efektívnymi. Naopak pri modeloch orientovaných na výstupy zisťujeme efektívnosť podnikov na základe výstupných veličín (tržby, počet poskytnutých úverov, objem výroby atď.). Tie podniky, ktorých optimálna hodnota účelovej funkcie je rovná jednej pracujú efektívne a tie podniky, ktorých optimálna hodnota účelovej funkcie je väčšia ako jedna pracujú neefektívne. Pri výstupne orientovaných modeloch sa bude považovať za „zlepšenie“ činnosti neefektívne pracujúcich podnikov zvýšenie niektorých, popri prípade všetkých, výstupných veličín.

2. Pravidlá konštrukcie DEA modelov

Ku správnej konštrukcii DEA modelov je potrebné uviesť ešte všeobecné ustálené postupy. Analýza je založená na meraní efektívnosti pomocou pomeru vstupov a výstupov. Vo všeobecnosti rozhodnutie o tom, ktoré charakteristiky DMU budú reprezentovať vstupy (vektor x) a výstupy (vektor y), a ktoré z nich sa použijú pri samotnej analýze nie je jednoduchým a jednoznačným rozhodnutím. Na základe praktických skúseností navrhujeme tieto princípy:

- 1) Celkový počet vstupov aj výstupov ($m + r$) sa snažíme minimalizovať v záujme zvýšenia diskriminačných vlastností modelu, pretože s rastom rozmeru vstupno-výstupného priestoru potrebujeme viac podmienok na vymedzenie obálky. Odporúča sa, aby tento celkový počet neprekročil $1/3$ množstva skúmaných DMU, t.j. $m + r < n/3$.

- 2) Vysoko korelované vstupy alebo výstupy sú zbytočné. Všetky, až na jeden z nich, môžu byť vynechané bez zhoršenia výsledkov modelu. Túto úpravu však treba robiť opatrne vylúčenie príliš veľa vstupov môže spôsobiť, že efektívna DMU sa môže stať neefektívnou.
- 3) Vstup, ktorý neovplyvňuje žiadny výstup, signalizuje, že množina výstupov je neúplná. Tento vstup reprezentuje použité zdroje, ktoré produkujú nemerateľné výstupy. Keďže takéto výstupy nemôžu byť merané, tak tento vstup sa vynechá z ďalšej analýzy.
- 4) Dostupnosť dát nesmie ovplyvniť výber vstupov a výstupov. Výsledkom analýzy môže byť aj zdôvodnenie potreby ďalších dát.
- 5) Ak nie je jednoznačné, či daný materiálový tok je vstupom alebo výstupom, tak tok, ktorý svojou redukciou vylepší efektívnosť DMU, sa považuje za vstup. Ak je potrebné daný tok rozšíriť aby sa vylepšila efektívnosť DMU, tak tento sa považuje za výstup.
- 6) Vstupy a výstupy uvažované v modeli musia obsahovať všetky s analýzou súvisiace aktivity všetkých DMU. Môže sa stať, že DMU bude podhodnotená, keď niektorý z jej dobrých výkonov nebude v analýze zahrnutý.

$$\begin{aligned} u_i &\geq \varepsilon, & i &= 1, 2, 3, K, r, \\ v_j &\geq \varepsilon, & j &= 1, 2, 3, K, m, \end{aligned}$$

kde z je miera efektívnosti jednotky U_q , ε je infinitezimálna konštanta, pomocou ktorej model zabezpečuje, že všetky váhy vstupov a výstupov budú kladné a budú potom aspoň určitou minimálnou mierou v modeli zahrnuté. Táto infinitezimálna konštanta sa zväčša volí ako veľmi malé číslo, rádovo 10^{-8} .

Úlohu (3) prevedieme pomocou Charnes-Cooperovej transformácie na štandardnú úlohu lineárneho programovania.

$$\begin{aligned} \text{maximalizovať } z &= \sum_{i=1}^r u_i y_{iq} \\ \text{za podmienok } &\sum_{i=1}^r u_i y_{ik} \leq \sum_{j=1}^m v_j x_{jk}, \\ &\sum_{j=1}^m v_j x_{jq} = 1, \\ &k = 1, 2, 3, K, n, \end{aligned} \tag{4}$$

3. CCR DEA modely orientované na vstupy

Primárny CCR data envelopment model orientovaný na vstupy

CCR DEA model maximalizuje mieru efektívnosti hodnotenej organizačnej jednotky U_q , ktorá je vyjadrená ako podiel vážených výstupov a vážených vstupov, pri dodržaní podmienok, že miery efektívnosti všetkých ostatných jednotiek sú menšie alebo rovné jednej. Model pre podnik U_q je možné formulovať ako úlohu lineárneho lomeného programovania nasledovne:

$$\begin{aligned} \text{maximalizovať } z &= \frac{\sum_{i=1}^r u_i y_{iq}}{\sum_{j=1}^m v_j x_{jq}}, \\ &\tag{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{za podmienok } &\frac{\sum_{i=1}^r u_i y_{ik}}{\sum_{j=1}^m v_j x_{jq}} \leq 1, \quad k = 1, 2, 3, K, n, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_i &\geq \varepsilon, & i &= 1, 2, 3, K, m, \\ v_j &\geq \varepsilon, & j &= 1, 2, 3, K, n, \end{aligned}$$

Hodnotený podnik U_q leží na CCR efektívnej hranici a označuje sa ako CCR efektívny, ak je optimálna hodnota miery efektívnosti, vypočítaná modelom (4), rovná jednej t. j. $z^* = 1$. Optimálna hodnota miery efektívnosti neefektívnych podnikov bude menšia ako jedna. Model (4) sa nazýva *primárny CCR model orientovaný na vstupy*.

Duálny CCR data envelopment model orientovaný na vstupy

Z interpretačného hľadiska je výhodnejšie a hlavne praktickejšie pracovať z modelom, ktorý je duálne združeným modelom k modelu (5). Tento model sa nazýva duálny CCR model orientovaný na vstupy a má nasledujúci tvar:

$$\begin{aligned} \text{maximalizovať } z &= \theta_q \\ \text{za podmienok } &\sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j \leq \theta_q x_{iq}, \\ &i = 1, 2, 3, \dots, m, \end{aligned} \tag{5}$$

$$\sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j \geq y_{rq}, \quad r = 1, 2, 3, \dots, s,$$

$$\lambda_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3, \dots, n,$$

kde $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_n)$, $\lambda \geq 0$, je vektor váh, ktoré sú priradené jednotlivým podnikom. θ_q je miera efektívnosti hodnoteného podniku U_q . Premenná θ_q sa môže tiež interpretovať ako potrebná miera redukcie vstupov na dosiahnutie efektívnej hranice a jej hodnota bude menšia alebo rovná jednej.

Hodnotený podnik U_q je efektívna ak sú splnené tieto podmienky:

- Optimálna hodnota θ_q je rovná jednej.
- Optimálne hodnoty všetkých doplnkových premenných s_i a s_i sú rovné nule.

Všetky efektívne DMU majú hodnotu θ_q rovnú 1 a DMU neefektívne majú hodnotu θ_q menšiu ako 1. Táto hodnota ukazuje mieru neefektivity danej jednotky a zároveň potrebu proporcionálneho zníženia vstupov tak, aby sa daná DMU U_q stala efektívnou t. j. ako by sa malo zlepšiť chovanie hodnotenej jednotky tak, aby sa táto jednotka stala efektívnou. Túto mieru proporcionálneho zníženia vstupov vypočítame podľa vzťahu:

$$x'_q = X \lambda^* \text{ alebo } x'_q = \theta_q^* x_q - s_i^{-*} \quad (6)$$

4. CCR DEA modely orientované na výstupy

Postup pri konštrukcii CCR DEA modelov orientovaných na výstupy je takmer analogický ako pri modeloch orientovaných na vstupy.

Primárny CCR data envelopment model orientovaný na výstupy

$$\text{maximalizovať } g = \sum_{j=1}^m v_j x_{jq}$$

$$\text{za podmienok } \sum_{i=1}^r u_i y_{ik} \leq \sum_{j=1}^m v_j x_{jk}, \quad (7)$$

$$k = 1, 2, 3, K, n,$$

$$\sum_{i=1}^r u_i y_{ik} = 1,$$

$$u_i \geq \varepsilon, \quad i = 1, 2, 3, K, m,$$

$$v_j \geq \varepsilon, \quad j = 1, 2, 3, K, n,$$

Duálny CCR data envelopment model orientovaný na výstupy

$$\text{maximalizovať } g = \Phi_q$$

$$\text{za podmienok } \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j \leq x_{iq}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, m,$$

$$\sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j \geq \Phi_q v_{rq}, \quad r = 1, 2, 3, \dots, s,$$

(8)

$$\lambda_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3, \dots, n,$$

Interpretácia výsledkov modelu (8) je podobná ako pri CCR modeli orientovanom na vstupy (5). Podnik U_q je efektívny, ak je optimálna hodnota účelovej funkcie g^* rovná jednej. Pokiaľ je táto hodnota väčšia ako jedna, potom podnik nepracuje efektívne a optimálna hodnota Φ_q^* vyjadruje potrebu proporcionálneho zvýšenia výstupov daného podniku. Po ich navýšení bude dopravný podnik pracovať efektívne. Túto mieru proporcionálneho zvýšenia výstupov vypočítame podľa vzťahu:

$$y_q = Y \lambda^* \text{ alebo } y_q = \Phi_q y_q + s_i \quad (9)$$

Pre optimálne riešenie CCR modelov orientovaných na vstupy a výstupy platí, že miery ich efektívnosti t. j. hodnoty ich účelových funkcií sú prevrátené hodnoty. Pri skupině modelov BCC tento vzťah platí nemusí.

Základné CCR modely môžeme jednoduchou transformáciou previesť na všetky tri BCC DEA modely (pozri Tab. 1)

Modelový príklad

Teoretické poznatky o Data Envelopment analýze popísané v predchádzajúcej kapitole budeme aplikovať pri skúmaní efektívnosti činnosti dopravných podnikov (ďalej DP). Vstupné dáta sú uvedené v Tab. č. 2.

Za vstupné premenné budeme považovať prvé štyri ukazovatele (počet autobusov, počet vodičov, celkové aktíva a úverové zaťaženie), ubehnuté kilometre a tržby budú predstavovať výstupné premenné. Pre názornosť uvádzame všetky DEA modely pre DP 1. Výsledky analýzy sú uvedené v Tab. 3.

Tab. 1: Transformácia DEA modelov

Výnosy z rozsahu	Primárny model	Duálny model
CRS	$\mu = 0$	$e^T\lambda$ - voľné
VRS	μ - voľné	$e^T\lambda = 1$
NIRS	$\mu \leq 0$	$e^T\lambda \leq 0$
NDRS	$\mu \geq 0$	$e^T\lambda \geq 0$

Zdroj: JABLONSKÝ, J., DLOUHÝ, M. Modely hodnocení efektivity produkčních jednotek.

Tab. 2: Vstupné hodnoty

	Počet autobusov [ks]	Počet vodičov [osoby]	Celkové aktíva [mil. Sk]	Úverové zaťaženie [mil. Sk]	Ubehnuté kilometre	Tržby [mil. Sk]
DP 1	291	319	2 99,3	95,0	15791	177,5
DP 2	176	254	2 17,7	75,9	9404	163,1
DP 3	383	470	2 76,2	85,0	21697	362,1
DP 4	353	502	3 64,3	79,6	18647	383,5
DP 5	347	517	5 60,0	95,0	22781	422,3
DP 6	357	482	3 92,3	81,0	21668	371,9
DP 7	354	543	3 53,9	1 05,9	21637	421,6
DP 8	227	423	3 54,2	69,8	16123	320,0
DP 9	241	371	3 41,2	75,9	17769	300,1
DP 10	301	407	2 84,3	86,9	17435	283,1
DP 11	297	301	2 55,0	98,5	18705	192,0
DP 12	325	472	4 80,0	98,5	21300	292,3
DP 13	355	450	3 00,5	70,9	23200	420,0
DP 14	192	312	2 62,3	85,6	18292	243,6
DP 15	242	372	3 25,0	1 06,9	17253	221,0

Zdroj: Ministerstvo dopravy, pôšt a telekomunikácií SR.

duálny CCR DEA model pre DP 1 orientovaný na vstupy:

Účelová funkcia

$$\text{Min } z = \theta_1 - 0,0000000s_1 - 0,00000001s_2 - 0,00000001s_3 - 0,00000001s_4 - 0,00000001s_5 - 0,00000001s_6 +$$

Ohraničenia

$$291\lambda_1 + 176\lambda_2 + 383\lambda_3 + 353\lambda_4 + 347\lambda_5 + 357\lambda_6 + 354\lambda_7 + 227\lambda_8 + 241\lambda_9 + 301\lambda_{10} + 297\lambda_{11} + 325\lambda_{12} + 355\lambda_{13} + 192\lambda_{14} + 242\lambda_{15} + s_1 = 291\theta_1$$

$$319\lambda_1 + 254\lambda_2 + 470\lambda_3 + 502\lambda_4 + 517\lambda_5 + 482\lambda_6 + 543\lambda_7 + 423\lambda_8 + 371\lambda_9 + 407\lambda_{10} + 301\lambda_{11} + 472\lambda_{12} + 450\lambda_{13} + 312\lambda_{14} + 372\lambda_{15} + s_2 = 319\theta_1$$

$$299,3\lambda_1 + 217,7\lambda_2 + 276,2\lambda_3 + 364,3\lambda_4 + 560,0\lambda_5 + 392,3\lambda_6 + 353,9\lambda_7 + 354,2\lambda_8 + 341,2\lambda_9 + 284,3\lambda_{10} + 255,0\lambda_{11} + 480,0\lambda_{12} + 300,5\lambda_{13} + 262,3\lambda_{14} + 325,0\lambda_{15} + s_3 = 299,3\theta_1$$

$$95,0\lambda_1 + 75,9\lambda_2 + 85,0\lambda_3 + 79,6\lambda_4 + 95,0\lambda_5 + 81,0\lambda_6 + 105,9\lambda_7 + 69,8\lambda_8 + 75,9\lambda_9 + 86,9\lambda_{10} + 98,5\lambda_{11} + 98,5\lambda_{12} + 70,9\lambda_{13} + 85,6\lambda_{14} + 106,9\lambda_{15} + s_4^- = 95,0\theta_1$$

$$15791\lambda_1 + 9404\lambda_2 + 21697\lambda_3 + 18674\lambda_4 + 22781\lambda_5 + 21668\lambda_6 + 21637\lambda_7 + 16123\lambda_8 + 17769\lambda_9 + 17435\lambda_{10} + 18705\lambda_{11} + 21300\lambda_{12} + 23200\lambda_{13} + 18292\lambda_{14} + 17253\lambda_{15} - s_5^+ = 15791$$

$$177,5\lambda_1 + 163,1\lambda_2 + 362,1\lambda_3 + 383,5\lambda_4 + 422,3\lambda_5 + 371,9\lambda_6 + 421,6\lambda_7 + 320,0\lambda_8 + 300,1\lambda_9 + 283,1\lambda_{10} + 192,0\lambda_{11} + 292,3\lambda_{12} + 420,0\lambda_{13} + 243,6\lambda_{14} + 221,0\lambda_{15} - s_6^+ = 177,5$$

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5 + \lambda_6 + \lambda_7 + \lambda_8 + \lambda_9 + \lambda_{10} + \lambda_{11} + \lambda_{12} + \lambda_{13} + \lambda_{14} + \lambda_{15} - \text{voľné}$$

$$\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{15} \geq 0$$

$$s_1^-, \dots, s_4^- \geq 0$$

$$s_5^+, s_6^+ \geq 0$$

duálny CCR DEA model pre DP 1 orientovaný na výstupy:

Účelová funkcia

$$\text{Max} z = \Phi_1 - 0,0000000s_1^- - 0,00000001s_2^- - 0,00000001s_3^- - 0,00000001s_4^- - 0,00000001s_5^+ - 0,00000001s_6^+$$

Ohraničenia

$$291\lambda_1 + 176\lambda_2 + 383\lambda_3 + 353\lambda_4 + 347\lambda_5 + 357\lambda_6 + 354\lambda_7 + 227\lambda_8 + 241\lambda_9 + 301\lambda_{10} + 297\lambda_{11} + 325\lambda_{12} + 355\lambda_{13} + 192\lambda_{14} + 242\lambda_{15} + s_1^- = 291$$

$$319\lambda_1 + 254\lambda_2 + 470\lambda_3 + 502\lambda_4 + 517\lambda_5 + 482\lambda_6 + 543\lambda_7 + 423\lambda_8 + 371\lambda_9 + 407\lambda_{10} + 301\lambda_{11} + 472\lambda_{12} + 450\lambda_{13} + 312\lambda_{14} + 372\lambda_{15} + s_2^- = 319$$

$$299,3\lambda_1 + 217,7\lambda_2 + 276,2\lambda_3 + 364,3\lambda_4 + 560,0\lambda_5 + 392,3\lambda_6 + 353,9\lambda_7 + 354,2\lambda_8 + 341,2\lambda_9 + 284,3\lambda_{10} + 255,0\lambda_{11} + 480,0\lambda_{12} + 300,5\lambda_{13} + 262,3\lambda_{14} + 325,0\lambda_{15} + s_3^- = 299,3$$

$$95,0\lambda_1 + 75,9\lambda_2 + 85,0\lambda_3 + 79,6\lambda_4 + 95,0\lambda_5 + 81,0\lambda_6 + 105,9\lambda_7 + 69,8\lambda_8 + 75,9\lambda_9 + 86,9\lambda_{10} + 98,5\lambda_{11} + 98,5\lambda_{12} + 70,9\lambda_{13} + 85,6\lambda_{14} + 106,9\lambda_{15} + s_4^- = 95,0$$

$$15791\lambda_1 + 9404\lambda_2 + 21697\lambda_3 + 18674\lambda_4 + 22781\lambda_5 + 21668\lambda_6 + 21637\lambda_7 + 16123\lambda_8 + 17769\lambda_9 + 17435\lambda_{10} + 18705\lambda_{11} + 21300\lambda_{12} + 23200\lambda_{13} + 18292\lambda_{14} + 17253\lambda_{15} - s_5^+ = 15791\Phi_1$$

$$177,5\lambda_1 + 163,1\lambda_2 + 362,1\lambda_3 + 383,5\lambda_4 + 422,3\lambda_5 + 371,9\lambda_6 + 421,6\lambda_7 + 320,0\lambda_8 + 300,1\lambda_9 + 283,1\lambda_{10} + 192,0\lambda_{11} + 292,3\lambda_{12} + 420,0\lambda_{13} + 243,6\lambda_{14} + 221,0\lambda_{15} - s_6^+ = 177,5\Phi_1$$

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5 + \lambda_6 + \lambda_7 + \lambda_8 + \lambda_9 + \lambda_{10} + \lambda_{11} + \lambda_{12} + \lambda_{13} + \lambda_{14} + \lambda_{15} - \text{voľné}$$

$$\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{15} \geq 0$$

$$s_1^-, \dots, s_4^- \geq 0$$

$$s_5^+, s_6^+ \geq 0$$

Získané výsledky budeme interpretovať na CRS DEA modely, ktorého výstupné charakteristiky sú uvedené v tab. 3. Interpretácia charakteristik VRS, NIRS a NDRS DEA modelov bude analogická.

Zo skúmaných pätnástich dopravných podnikov pracuje päť efektívne (DP 3, DP 8, DP 11, DP 13, DP 14) t. j. miera ich efektivity bude pri orientácii na vstupy aj na výstupy rovná jednej. Ostatné podniky budú pracovať neefektívne t. j. miera efektivity bude pri vstupnej orientácii menšia ako jedna a pri výstupnej orientácii väčšia ako jedna. Znamená to, že v ich činnosti existujú rezervy.

Napríklad DP 1, ktorého miera efektivity v prípade orientácie na vstupy je 0,82122 resp. v prípade orientácie na výstupy 1,21770 pracuje neefektívne. Na to aby pracoval efektívne musí urobiť určité opatrenia. Môže redukovať vstupy (zniži počet autobusov na 239, počet vodičov na 262, celkové aktíva na hodnotu 215,5 mil. Sk a úverové zafáženie redukuje na 78 mil. Sk) alebo sa bude snažiť zvýšiť výstupy (zvýši počet ubehnutých kilometrov na 19 229 tis. km a objem tržieb na 221,9 mil. Sk). Popríklad môže súčasne previesť redukcii vstupov aj zvýšenie výstupov.

Tab. 3: CCR constant returns to scale DEA model

DMU	Míry efekti- vity input oriented	Míry efekti- vity output oriented	Počet autobusov [ks]		Počet vodičov [osoby]		Celkové aktiva [mil. Sk]		Úverové zataženie [mil. Sk]		Ubehnuté kilometre [tis. km]		Tržby [mil. Sk]	
			Pôvodné	Upravené	Pôvodné	Upravené	Pôvodné	Upravené	Pôvodné	Upravené	Pôvodné	Upravené	Pôvodné	Upravené
DP 1	0,82122	1,21770	291	239	319	262	2 99,3	215,5	95,0	78,0	15791	19229	1 77,5	221,9
DP 2	0,74659	1,33943	176	131	254	190	2 17,7	140,9	75,9	34,5	9404	12596	1 63,1	218,5
DP 3	1,00000	1,00000	383	383	470	470	2 76,2	276,2	85,0	85,0	21697	21697	3 62,1	362,1
DP 4	0,87804	1,13889	353	310	502	437	3 64,3	315,3	79,6	69,9	18647	23548	3 83,5	436,8
DP 5	0,96124	1,04032	347	334	517	497	5 60,0	372,1	95,0	81,9	22781	23699	4 22,3	439,3
DP 6	0,88405	1,13116	357	316	482	413	3 92,3	285,3	81,0	71,6	21668	24510	3 71,9	425,7
DP 7	0,96689	1,03424	354	342	543	478	3 53,9	342,2	1 05,9	76,3	21637	23566	4 21,6	436,0
DP 8	1,00000	1,00000	227	227	423	423	3 54,2	354,2	69,8	69,8	16123	16123	3 20,0	320,0
DP 9	0,97862	1,02185	241	236	371	363	3 41,2	282,5	75,9	70,6	17769	18157	3 00,1	306,7
DP 10	0,81587	1,22569	301	246	407	328	2 84,3	232,0	86,9	60,4	17435	21370	2 83,1	361,0
DP 11	1,00000	1,00000	297	297	301	301	2 55,0	255,0	98,5	98,5	18705	18705	1 92,0	192,0
DP 12	0,84113	1,18887	325	273	472	388	4 80,0	291,1	98,5	82,9	21300	25323	2 92,3	396,2
DP 13	1,00000	1,00000	355	355	450	450	3 00,5	300,5	70,9	70,9	23200	23200	4 20,0	420,0
DP 14	1,00000	1,00000	192	192	312	312	2 62,3	262,3	85,6	85,6	18292	18292	2 43,6	243,6
DP 15	0,78661	1,27128	242	190	372	293	3 25,0	246,2	1 06,9	81,7	17253	21933	2 21,0	285,4

Zdroj: Vlastné výpočty

5. Malmquistov index

Neefektívne pracujúci podnik resp. podniky sa môžu časom implementáciou rôznych racionalizačných opatrení stať efektívnymi. Naopak podniky, ktoré podcenia situáciu sa z kategórie efektívnych podnikov môžu ocitnúť medzi neefektívnymi podnikmi. Túto významnú skutočnosť však základnými DEA modelmi nevieme kvantifikovať. Základné DEA modely môžeme považovať za statické t. j. neberú do úvahy vývoj alebo zmeny efektívnosti činnosti podnikov v čase. Tento nedostatok odstránime pomocou tzv. Malmquistovho indexu. Index nesie svoje meno podľa švédskeho ekonóma a štatistika Stena Malmquista [9], ktorý ho však pôvodne formuloval pre iné účely, ako pre hodnotenie efektívnosti činnosti podnikov. Na účely merania zmien efektívnosti podnikov v čase ho ako prví upravili Färe, Grosskopf, Lindgren a Roos [3]. Malmquistov index môžeme formulovať v rôznych variantoch: orientovaný na vstupy alebo výstupy, s konštantnými, variabilnými, nerastúcimi alebo neklesajúcimi výnosmi z rozsahu. Popíšeme Malmquistov index orientovaný na vstupy a budeme predpokladať konštantné výnosy z rozsahu. Analogicky ako pri základných DEA modeloch, aj v prípade Malmquistovho indexu môžeme ostatné typy dostať pomerne jednoduchou transformáciou.

Malmquistov index orientovaný na vstupy kvantifikuje zmenu efektívnosti produkčnej jednotky q medzi po sebe nasledujúcimi obdobiami t a t+1 a má nasledujúci tvar:

$$M_q(x^{t+1}, y^{t+1}, x^t, y^t) = E_q P_q \quad (10)$$

Výraz $M_q(x^{t+1}, y^{t+1}, x^t, y^t)$ sa niekedy nazýva aj „Total Faktor Productivity Index TFP“. E_q je zmena relatívnej efektívnosti jednotky q oproti ostatným podnikom medzi obdobiami t a t+1, P_q kvantifikuje zmenu hranice produkčných možností spôsobenú vývojom technológie medzi obdobiami t a t+1. Tieto zložky sú definované nasledovne:

$$E_q = \frac{D_q^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_q^t(x^t, y^t)} \quad (11)$$

$$P_q = \left[\frac{D_q^t(x^{t+1}, y^{t+1}) D_q^t(x^t, y^t)}{D_q^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}) D_q^{t+1}(x^t, y^t)} \right]^{1/2} \quad (12)$$

Potom: (13)

$$M_q(x^{t+1}, y^{t+1}, x^t, y^t) = \frac{D_q^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_q^t(x^t, y^t)} \cdot \left[\frac{D_q^t(x^{t+1}, y^{t+1}) D_q^t(x^t, y^t)}{D_q^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}) D_q^{t+1}(x^t, y^t)} \right]^{1/2}$$

Výraz pred zátvorkou sa volá zmena relatívnej efektívnosti E a meria vzdialenosť od hranice medzi obdobiami t a t+1. Časť v hranatej zátvorke je technická zmena T alebo aj technologický pokrok. Je to geometrický priemer zmeny technológie produkcie medzi dvoma obdobiami t a t+1. Färe vo svojej práci ukázal, ako môžeme pohodlne pomocou DEA počítat funkcie vzdialenosti a Malmquistov index. Vedie to znovu k úlohe lineárneho programovania, kde pre každú rozhodovaciu jednotku musíme počítat štyri funkcie vzdialenosti v časových obdobiach t a t+1. To si vyžaduje riešiť štyri úlohy lineárneho programovania.

Pre produkčnú jednotku q a funkciu $D_q^t(x^t, y^t)$ riešime úlohu lineárneho programovania:

$$\text{Minimalizovať } D_q^t(x^t, y^t) = \theta_q,$$

$$\text{za podmienok } \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij}^t \leq \theta_q x_{iq}^t, \quad i = 1, 2, 3, \dots, m,$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{ij}^t \geq \theta_q y_{iq}^t, \quad i = 1, 2, 3, \dots, r, \quad (14)$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad j = 1, 2, 3, \dots, n,$$

Kde q označuje hodnotenú produkčnú jednotku, m je počet vstupov, r je počet výstupov a n je počet produkčných jednotiek (dopravných podnikov). Formulovaná úloha predpokladá konštantné výnosy z rozsahu t. j. premenné λ sú nezáporné.

Pre produkčnú jednotku q a funkciu $D_q^t(x^{t+1}, y^{t+1})$ riešime úlohu lineárneho programovania analogicky predchádzajúcej úlohe:

$$\text{Minimalizovať } D_q^t(x^{t+1}, y^{t+1}) = \theta_q,$$

$$\text{za podmienok } \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij}^{t+1} \leq \theta_q x_{iq}^{t+1}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, m,$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{ij}^{t+1} \geq \theta_q y_{iq}^{t+1}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, r, \quad (15)$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad j = 1, 2, 3, \dots, n,$$

Interpretácia premenných a parametrov je rovnaká ako v predchádzajúcej úlohe. Rozdiel je iba v tom, že pozorovanú produkčnú jednotku hodnotíme vzhľadom k produkčnej hranici v období t. Analogicky minimalizujeme aj ďalšie funkcie $D_q^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})$ a $D_q^{t+1}(x^t, y^t)$.

$$\text{Minimalizovať } D_q^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}) = \theta_q,$$

$$\text{za podmienok } \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij}^{t+1} \leq \theta_q x_{iq}^{t+1}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, m,$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{ij}^{t+1} \geq y_{iq}^{t+1}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, r, \quad (16)$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad j = 1, 2, 3, \dots, n,$$

Minimalizovať $D_q^{t+1}(x^t, y^t) = \theta_q$,

za podmienok $\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij}^{t+1} \leq \theta_q x_{iq}^t, \quad i = 1, 2, 3, \dots, m, \quad (17)$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{ij}^{t+1} \geq y_{iq}^t, \quad i = 1, 2, 3, \dots, r,$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad j = 1, 2, 3, \dots, n,$$

Optimálne hodnoty účelových funkcií vypočítané podľa vzťahov (14) až (17) dosadíme do (11) a (12) a vypočítame zložky efektivity E_q a P_q . Na záver tieto hodnoty doplníme do vzťahu (10) a zistíme hodnotu Malmquistovho indexu resp. môžeme optimálne hodnoty účelových funkcií dosadiť priamo do (13), čím však stratíme informácie o zmene relatívnej efektívnosti E_q a o vplyve zmi-

en racionalizačných opatrení P_q . Podľa hodnôt E_q , P_q a najmä podľa hodnoty Malmquistovho indexu M môžeme dosiahnuté výsledky interpretovať nasledovne: pre všetky indexy (technologického pokroku, zmeny ekonomickej efektívnosti a M index) platí, že ak sú menšie ako jedna, tak nastalo zhoršenie pozície podniku v danej oblasti (zlé rozhodnutia), rovné jednej (rozhodnutia boli neutrálne), väčšie ako jedna, podnik robil správne rozhodnutia, ktoré viedli k zlepšeniu postavenia pre daný podnik. Pri modeloch orientovaných na výstupy to bude platiť naopak.

Modelový príklad

Za vstupné dáta v čase t budeme považovať zistené hodnoty o pätnástich dopravných podnikoch uvedených v tabuľke 2. A hodnoty pre tie isté dopravné podniky, ale v čase $t + 1$ sú uvedené v tabuľke 4. Za vstupné premenné budeme opäť považovať prvé štyri ukazovatele (počet autobusov, počet vodičov, celkové aktíva a úverové zaťaženie), ubehnuté kilometre a tržby budú predstavovať výstupné premenné.

Budeme skúmať ako sa vyvíjala efektívnosť práce jednotlivých dopravných podnikov v čase $t + 1$

Tab. 4: Vstupné dáta v čase $t + 1$

	Počet autobusov [ks]	Počet vodičov [osoby]	Celkové aktíva [mil. Sk]	Úverové zaťaženie [mil. Sk]	Ubehnuté kilometre	Tržby [mil. Sk]
DP 1	300	320	288,3	98,0	17891	197,5
DP 2	174	234	188,7	73,9	10404	172,1
DP 3	401	510	288,2	87,0	18697	341,1
DP 4	358	501	355,3	79,6	18670	383,5
DP 5	333	502	560,0	93,0	24781	422,3
DP 6	344	483	392,3	78,0	22668	385,6
DP 7	348	532	351,2	100	20637	460,6
DP 8	221	412	3 38,2	50,8	17123	325,0
DP 9	241	371	341,2	75,9	17769	300,1
DP 10	305	400	281,2	85,4	16435	283,1
DP 11	297	301	255,0	98,5	18705	192,0
DP 12	330	481	490,0	98,5	22300	300,0
DP 13	351	448	299	69,1	23280	430,0
DP 14	198	315	262,3	85,6	18382	248,6
DP 15	238	369	320,0	100	17353	232,0

Zdroj: Ministerstvo dopravy, pôšt a telekomunikácií SR.

Tab. 5: Výsledky analýzy efektívnosti v čase

DMU	VSTUPNÁ ORIENTÁCIA			VÝTUPNÁ ORIENTÁCIA		
	Miera efektivity v čase t	Miera efektivity v čase t + 1	Malmquistov index M	Miera efektivity v čase t	Miera efektivity v čase t + 1	Malmquistov index M
DP 1	0,82122	0,91860	0,91932	1,21770	1,08862	1,08776
DP 2	0,74659	0,81907	0,82845	1,33943	1,22089	1,20707
DP 3	1,00000	0,83323	0,84680	1,00000	1,20015	1,18091
DP 4	0,87804	0,83926	0,87132	1,13889	1,19153	1,14769
DP 5	0,96124	0,97889	1,01344	1,04032	1,02157	0,98674
DP 6	0,88405	0,92954	0,96005	1,13116	1,07580	1,04161
DP 7	0,96689	1,00000	1,07193	1,03424	1,00000	0,93290
DP 8	1,00000	1,00000	1,17979	1,00000	1,00000	0,84761
DP 9	0,97862	0,95380	0,97862	1,02185	1,04844	1,02185
DP 10	0,81587	0,76925	0,77932	1,22569	1,29996	1,28317
DP 11	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
DP 12	0,84113	0,86205	0,87354	1,18887	1,16002	1,14477
DP 13	1,00000	1,00000	1,05048	1,00000	1,00000	0,95195
DP 14	1,00000	1,00000	1,00125	1,00000	1,00000	0,99875
DP 15	0,78661	0,80605	0,80469	1,27128	1,24062	1,24271

Zdroj: Vlastné výpočty

oproti času t. Či rozhodnutia manažmentu boli pozitívne, negatívne alebo neutrálne. Pre každý podnik musíme riešiť podľa (14) až (17) štyri samostatné úlohy lineárneho programovania. Ich optimálne hodnoty dosadíme do (10) a zistíme aký bol vplyv rozhodnutí manažmentu na efektívnosť jednotlivých dopravných podnikov. Výsledky analýzy sú uvedené v Tab. 5.

Prvé dva slpce Tab. 5 vyjadrujú CRS efektívnosť dopravných podnikov v čase t a t + 1 samostatne. V treťom stĺpci je kvantifikovaná zmena efektivity v čase t. j. aká bola zmena v čase t + 1 oproti času t. Na základe Malmquistovho indexu môžeme dopravné podniky zostupne zoradiť. Takéto usporiadanie nám môže poskytnúť dôležité informácie o tom s akou úspešnosťou podniky implementovali nové technológie a racionalizačné opatrenia do praxe. Štvrtý až šiesty stĺpec sú analogické, len popisujú danú skutočnosť v prípade orientácie na výstupy.

Napríklad DP 3 pracoval v čase t efektívne, ale v čase t + 1 bola už miera jeho efektívnosti

kvantifikovaná na úrovni 0,83323, čo znamená, že voči ostatným dopravným podnikom bola jeho činnosť neefektívna. Miera tohto zhoršenia oproti ostatným podnikom, vyjadrená Malmquistovým indexom bola 0,84680.

Naopak opatrenia manažmentu podniku DP 7 boli účinné a podnik bol zaradený medzi efektívne pracujúce a miera zlepšenia oproti ostatným podnikom bola 1,07193. Rozhodnutia manažmentu DP 11 boli neutrálne. Za najlepšie a najúčinnnejšie môžeme považovať rozhodnutia podniku DP 8. Nielenže si zachoval pozíciu medzi efektívnymi podnikmi aj v čase t + 1, ale miera zlepšenia bola najvyššia 1,17979. Najhoršie rozhodnutia vykonal manažment podniku DP 10.

Záver

Problematika DEA sa v poslednej dobe stala stredobodom záujmu odbornej verejnosti. G. Tavers zosumarizoval publikácie venované tejto problematike v rokoch 1978 až 2001. V tomto

období bolo publikovaných 3 203 prác rôznych typov (1469 prípadových štúdií, 1259 článkov v odborných časopisoch, 171 obhájených dizertačných prác, 127 kapitol v odborných knihách, 115 článkov vo výskumných časopisoch, 50 monografií a 12 odborných časopisov bolo špeciálne venovaných len problematike DEA) od 2152 autorov zo 49 krajín a 305 inštitúcií. Spolu to tvorilo takmer 18 000 strán.

Sme si vedomí, že modely ktoré v článku rozoberáme patria medzi základné DEA modely a preto ešte stručne popíšeme niektoré z ďalších modelov, ktorých vznik si vynútila hospodárska prax. *DEA aditívne modely* - na rozdiel od CCR a BCC modelov, ktoré sú radiálne a preto pri nich musíme rozoznávať medzi vstupmi a výstupmi, merajú efektívnosť priamo pomocou prídavných premenných s_i^+ a s_r^- . *DEA modely s nekontrolovateľnými vstupmi a výstupmi* - používame v prípade ak nie sme schopný niektoré zo vstupov resp. výstupov ovplyvniť napr. veľkosť trhu, ceny konkurencie atď. Pri nekontrolovateľných charakteristikách nemá zmysel počítať ich cieľové hodnoty, pretože ich reálne nie je možné dosiahnuť a do modelu musia byť zakomponované iným spôsobom. *DEA modely z nežiaducimi vstupmi a výstupmi* - pôjde tu najmä o nežiaduce výstupy napr. počet reklamácií, počet chybných výrobkov, objem emisií, počet dopravných nehôd atď. Vo všeobecnosti chceme výstupné charakteristiky zvyšovať, čím dosahujeme vyššiu mieru efektivity danej produkčnej jednotky. Pri nežiaducich charakteristikách však pôjde o ich minimalizáciu, čo musíme do modelu zakomponovať. *DEA modely superefektívnosti* - v základných DEA modeloch je efektívnym produkčným jednotkám priradená jednotková miera efektivity. V závislosti od typu zvoleného modelu, ale predovšetkým od vzťahu medzi počtom skúmaných jednotiek a počtom vstupov a výstupov, môže byť efektívnych jednotiek pomerne veľký počet. Modely superefektívnosti boli vyvinuté z dôvodov klasifikácie a zoradenia efektívnych jednotiek, čo základné DEA modely neumožňujú. *Malmquistov index rozšírený o kvalitu* - predpokladáme že vstupy produkujú výstupy a kvalitu. Takto skonštruovaný index meria dynamický vývoj v produkcii výstupov a kvality. Je rozložený na tri zložky: prvá meria technickú zmenu, druhá zmenu efektívnosti produkčnej jednotky a tretia zložka vyjadruje zmenu kvality.

Literatúra:

- [1] BANKER, R. D., CHARNES, A., COOPER, W. W. Some Model for Estimation Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis: Evolution, Development and Future Directions, *Management Science*, 1984, roč. 30, č. 9, pp. 1078-1092. ISSN 0025-1909.
- [2] COOPER, W. W., SEIFORD, L. M., TONE, K. *Data Envelopment Analysis*. 1st ed. New York: Springer Publisher, 2006. ISBN 13-978-0387452-81-4.
- [3] FÄRE, R., GROSSKOPF, S., RUSSELL, R. *Index Numbers Essays in Honour of Sten Malmquist*. 1st ed. New York: Springer Publisher, 1997. ISBN:13-978-0792380-50-4.
- [4] FAREL, M. J. The Measurement of Productive Efficiency. *Journal of the Royal Statistical Society, Series A*, 1957, pp. 253-258.
- [5] CHARNES, A., COOPER, W.W., RHODES, E. Measuring the Efficiency of decision Making Units. *European Journal of Operational Research*, 1978, pp. 429-444. ISSN 0377-2217.
- [6] JABLONSKÝ, J., DLOUHÝ, M. *Modely hodnocení efektivity produkčních jednotek*. 1. vyd. Praha: Professional Publishing, 2004. ISBN 80-86419-49-5.
- [7] KLIEŠTIK, T. a kol. *Modely hodnotenia efektivity podnikov v odbore cestnej dopravy pomocou analýzy obalu dát (DEA)*, projekt VEGA 1/3777/06, ŽU v Žiline, FPEDaS.
- [8] KLIEŠTIK, T., ADAMKO, P. Aplikácia DEA analýzy v podniku cestnej dopravy. *Horizonty dopravy*, 2005, roč. 11, č. 1, s. 22-24, ISSN 1210-0978.
- [8] KLIEŠTIK, T., ADAMKO, P. Komparácia DEA softvéru na medzipodnikový benchmarking. *Zborník z medzinárodnej vedeckej konferencie Marketing a obchod*, Zvolen: 2006, str. 96-99, ISBN 80-8093-009-0.
- [8] KLIEŠTIK, T., KRASŇAN, M. Detekcia efektivity dopravných podnikov pomocou multikriteriálnej optimalizácie. *Zborník príspevkov z medzinárodnej vedeckej konferencie Globalizácia a jej sociálne - ekonomické dôsledky '06*, I. časť, Žilina: 2006. ISBN 80-8070-597-6.
- [8] KRASŇAN, M. Riziko, rozhodovanie a efektívnosť produkčných jednotiek. *Zborník príspevkov z medzinárodnej vedeckej konfe-*

rencie MEKON. Ostrava: 2007, s. 31. ISBN 978-80-248-1324-0.

[9] MALMQUIST, S. Index Numbers and In-difference Surfaces. *Trabajos de Estadística*, 1953, Iss. 4, pp. 209-242. ISSN 0213-8190.

[10] ZHU, J. *Quantitative models for performance evaluation and benchmarking: Data Envelopment Analysis with Spreadsheets and DEA Excel Solver*. 1st ed. Boston: Kluwer Publisher, 2002. ISBN 1-402070-82-9.

doc. Ing. Tomáš Kliešтик, PhD.

Žilinská univerzita
Fakulta prevádzky a ekonomiky
dopravy a spojov
Katedra ekonomiky
Univerzitná 1, 010 26 Žilina
tomas.kliestik@fpedas.uniza.sk

Doručeno redakci: 1. 11. 2007

Recenzováno: 5. 1. 2008, 30. 9. 2008

Schváleno k publikování: 13. 1. 2009

ABSTRACT**QUANTIFICATION EFFECTIVENESS ACTIVITIES TRAFFIC COMPANY BY THE RULES OF DATA ENVELOPMENT ANALYSIS****Tomáš Klieštk**

Effectiveness quantification of enterprises and identification of causes, eventually of resources of their inefficiency is an important assumption which determines their position in competitive setting. There are used lots of different quotient indicators to analyze effectiveness in practice which arise from standard reports of financial statement. Calculation of quotient indicators is simple, however we can locate only a few factors which influence complete „work“ effectiveness of diagnosed enterprise. New procedures have recently started to be used for measurements of relative effectiveness of production units. Procedure file of the procedures, methods and algorithms is called in general Data Envelopment Analysis DEA. It is about methods which represent a particular field of application on linear programming. DEA is a method of linear programming which was originally developed for regarding of effectiveness of driving and planning of non - profitable institutions (e.g. schools, hospitals, etc). Afterwards its application spread to some economical fields as well, where there is measured effectiveness of different enterprises or organization units by means of DEA. Presented contribution is dealing with quantification of effectiveness of road transportation companies by means of DEA and monitoring of effectiveness of companies in time by means of Malmquist index. It is divided into 2 sections. In the first section you will find description of basic DEA models and the second is devoted to Malmquist index. Malmquist index is one of the quantitative implements of evaluating the effectiveness, which attempts a model description of influence of technology modifications and their separation from other sources of increasing eventually decreasing of effectiveness of companies. It enables its separation into two components during evaluation of amendments in time - amendment of relative effectiveness against set of other units (road transportation companies) and amendments of borders of production possibilities evoked by new technologies.

Key words: Data envelopment analysis, effectivity, evaluation, malmquist index, technology, component, Malmquist index.

JEL Classification: C02, C52, C61.